PROJEKTOWANIE ENERGOOSZCZĘDNYCH SYSTEMÓW WBUDOWANYCH

ĆWICZENIE 1

ANALIZA I OPTYMALIZACJA AKTYWNOŚCI UKŁADU CYFROWEGO

Katedra Elektroniki AGH

1. Wprowadzenie

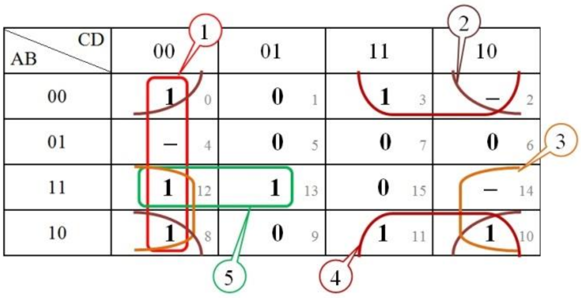
W trakcie tego ćwiczenia zostanie pokazany wpływ struktury układu realizującego daną funkcję logiczną na aktywność przełączeniową, a za tym za pobór mocy. Do obliczania prawdopodobieństwa sygnału będzie zastosowana metoda Parkera-McClusceya, poznana na wykładzie.

Metoda Parkera-McCluskeya wykorzystuje twierdzenie o prawdopodobieństwie warunkowym i pozwala na szybkie obliczenie prawdopodobieństwa sygnału, a za tym aktywności, bazując na schemacie układu. Algorytm można streścić w poniższych punktach:

Algorytm:

1. Dla każdego węzła w układzie (wejścia do układu i wyjścia bramek) przypisz unikalną zmienną.
2. Poczynając od wejść układu zapisz równania prawdopodobieństwa sygnałów dla poszczególnych węzłów przesuwając się w stronę wyjścia.
3. Usuń wykładniki z równań.

Rozważmy przykładową funkcję zmiennych opisaną zbiorami "zer" i "kresek": $F^{(1)}$={0, 3, 8, 10, 11, 12, 13}, $D^{(-)}$={2, 4, 14}. Rozważając kanoniczną postać dysjunkcyjną można przedstawić jej dwie postacie minimalne, wynikające z tabeli Karno (rys. 1) i opisane równaniami: $Y_1 = \bar{B}C + \bar{B}\bar{D} + AB\bar{C}$, $Y_2 = \bar{C}\bar{D} + \bar{B}C + AB\bar{C}$,.



Rys. 1. Tabela Karno z zaznaczonymi implikantami dla przykładowej funkcji

Pierwsza realizacja Y_1 składa się z dwóch dwu-wejściowych bramek AND, jednej trzy-wejściowej AND i trzy-wejściowej bramki OR, co przedstawiono na rysunku 2.

Równanie Y_1 można przekształcić do postaci wielopoziomowej: $Z_1 = \bar{B}(C + \bar{D}) + AB\bar{C}$, której realizację przedstawiono na rysunku 3. Węzeł w_3 jest sterowany z bramki AND identycznie jak x_1 w pierwszym układzie.

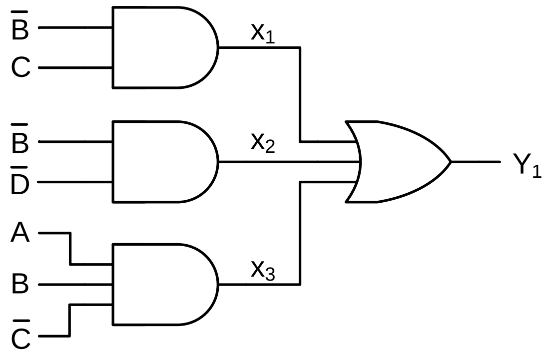
Dla zaznaczonych na rysunkach węzłów wewnętrznym(x_1 ... x_3, w_1 ... w_3) i wyjść, wykorzystując Matlab oraz obliczenia symboliczne, zostaną zapisane równania prawdopodobieństwa. Następnie dla zadanych prawdopodobieństw sygnałów wejściowych będą obliczone wartości prawdopodobieństw sygnałów w tych węzłach oraz aktywność przełączeniowa poszczególnych bramek przy wykorzystaniu wzorów podanych na wykładzie.

Zakładamy następujące przypadki prawdopodobieństwa sygnałów wejściowych:

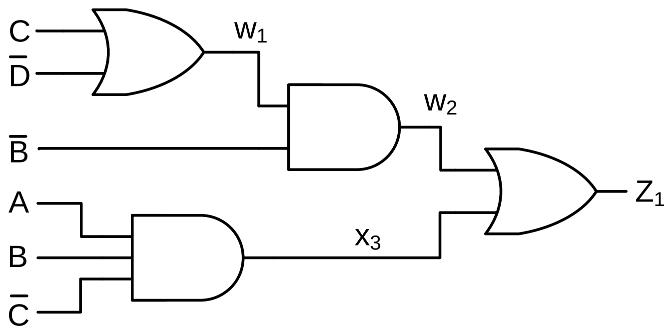
1) prawdopodobieństwo sygnału równe 0,5 dla wszystkich wejść
2) prawdopodobieństwo sygnału równe: p(A) = a = 0,2, p(B) = b = 0,3, p(C) = c = 0,6, p(D) = d = 0,8
3) prawdopodobieństwo sygnału równe: p(A) = a = 0,1, p(B) = b = 0,4, p(C) = c = 0,7, p(D) = d = 0,9
4) prawdopodobieństwo sygnału równe: p(A) = a = 0,8, p(B) = b = 0,6, p(C) = c = 0,4, p(D) = d = 0,2
5) prawdopodobieństwo sygnału równe: p(A) = a = 0,7, p(B) = b = 0,3, p(C) = c = 0,6, p(D) = d = 0,4

Prawdopodobieństwo sygnału na wejściach będziemy oznaczać małymi literami (jak wyżej).

W trzecim kroku metody Parkera-McCluskeya należy usunąć wykładniki z wielomianów, dlatego napisano skrypt w Matlabie, który to robi – supexp().



Rys. 2. Realizacja dwupoziomowa przykładowej funkcji



Rys. 3. Realizacja wielopoziomowa przykładowej funkcji

Poniżej przedstawiono ciąg operacji i ich wyniki w Matlabie pozwalających na obliczenie prawdopodobieństwa sygnałów i aktywności w powyższych układach.

definiujemy zmienne symboliczne:

```
>> syms a b c d;
```

zapisujemy równania prawdopodobieństwa dla węzłów wg stosownych wzorów (bramki AND i OR):

```
>> x1=(1-b)*c; x2=(1-b)*(1-d); x3=a*b*(1-c); y1=1-(1-x1)*(1-x2)*(1-x3);
>> w1=1-(1-c)*(1-(1-d)); w2=w1*(1-b); z1=1-(1-w2)*(1-x3);
```

równania przedstawimy w postaci wielomianów:

```
>> x1=expand(x1), x2=expand(x2), x3=expand(x3), y1=expand(y1)
   w1=expand(w1), w2=expand(w2), z1=expand(z1)

x1 = c - b*c
x2 = b*d - d - b + 1
x3 = a*b - a*b*c
y1 = b*c - d - b + b*d + c*d + a*b^2 - b^2*c + a*b^2*c^2 - a*b^3*c^2 + a*b*d -
     2*b*c*d - 2*a*b^2*c + a*b^3*c - a*b^2*d + b^2*c*d + a*b*c^2*d +
     3*a*b^2*c*d - a*b^3*c*d - 2*a*b^2*c^2*d + a*b^3*c^2*d - 2*a*b*c*d + 1
w1 = c*d - d + 1
w2 = b*d - d - b + c*d - b*c*d + 1
z1 = b*d - d - b + c*d + a*b^2 + a*b*d - b*c*d - a*b^2*c - a*b^2*d + a*b*c^2*d
     + 2*a*b^2*c*d - a*b^2*c^2*d - 2*a*b*c*d + 1
```

usuwanie wykładników za pomocą funkcji supexp() (plik należy pobrać ze strony przedmiotu) *:*

```
>>  x1=supexp(x1), x2=supexp(x2), x3=supexp(x3), y1=supexp(y1),
    w1=supexp(w1), w2=supexp(w2), z1=supexp(z1),
```

```
x1 = c - b*c
x2 = b*d - d - b + 1
x3 = a*b - a*b*c
y1 = a*b - d - b + b*d + c*d - a*b*c - b*c*d + 1
w1 = c*d - d + 1
w2 = b*d - d - b + c*d - b*c*d + 1
z1 = a*b - d - b + b*d + c*d - a*b*c - b*c*d + 1
```

definiujemy pięć przypadków prawdopodobieństwa sygnałów wejściowych w macierzy P dla kolejnych wejść: A, B, C, D (pierwszy przypadek – prawd. równomierne, tj. 0,5 dla wszystkich wejść):

```
>> P={[.5 .2 .1 .8 .7 ],[.5 .3 .4 .6 .3],[.5 .6 .7 .4 .6],[.5 .8 .9 .2 .4]};
```

podstawiamy wartości prawd. sygnałów wejściowych do równań dla węzłów:

```
>>  px1=subs(x1,{a b c d},P),px2=subs(x2,{a b c d},P),px3=subs(x3,{a b c d},P),
    py1=subs(y1,{a b c d},P),pw1=subs(w1,{a b c d},P),pw2=subs(w2,{a b c d},P),
    pz1=subs(z1,{a b c d},P)

px1 = [ 1/4, 21/50, 21/50, 4/25, 21/50]
px2 = [ 1/4, 7/50, 3/50, 8/25, 21/50]
px3 = [ 1/8, 3/125, 3/250, 36/125, 21/250]
py1 = [ 1/2, 1/2, 9/20, 16/25, 84/125]
pw1 = [ 3/4, 17/25, 73/100, 22/25, 21/25]
pw2 = [ 3/8, 119/250, 219/500, 44/125, 147/250]
pz1 = [ 1/2, 1/2, 9/20, 16/25, 84/125]
```

obliczamy aktywność poszczególnych węzłów (wg wzoru: podwojony iloczyn prawd. "jedynki" i "zera"):

```
>>  ax1=double(2*px1.*(1-px1)), ax2=double(2*px2.*(1-px2)),
    ax3=double(2*px3.*(1-px3)), ay1=double(2*py1.*(1-py1)),
    aw1=double(2*pw1.*(1-pw1)), aw2=double(2*pw2.*(1-pw2)),
    az1=double(2*pz1.*(1-pz1))

ax1 =
    0.3750    0.4872    0.4872    0.2688    0.4872
ax2 =
    0.3750    0.2408    0.1128    0.4352    0.4872
ax3 =
    0.2188    0.0468    0.0237    0.4101    0.1539
ay1 =
    0.5000    0.5000    0.4950    0.4608    0.4408
aw1 =
    0.3750    0.4352    0.3942    0.2112    0.2688
aw2 =
    0.4688    0.4988    0.4923    0.4562    0.4845
az1 =
    0.5000    0.5000    0.4950    0.4608    0.4408
```

obliczamy aktywność układów sumując aktywności stosownych węzłów:

```
>> Ay1=(ax1+ax2+ax3+ay1),Az1=(aw1+aw2+ax3+az1)

Ay1 =
    1.4688    1.2748    1.1187    1.5749    1.5691
Az1 =
    1.5625    1.4809    1.4052    1.5383    1.3480
```

2. Zadanie

Dla realizacji dwupoziomowej funkcji logicznej pięciu zmiennych wybranej z tabeli 1 oblicz aktywność układu dla wszystkich przypadków prawdopodobieństwa sygnałów wejściowych podanych w tabeli 2.

Następnie przekształć wybraną funkcje do postaci wielopoziomowej i oblicz aktywność dla wszystkich 5 przypadków z tabeli 2.

W sprawozdaniu narysuj układy oraz zamieść wyniki obliczeń np. w tabeli. Porównaj właściwości energetyczne układów realizujących zadaną funkcję oraz wyciągnij wnioski. Sprawozdanie w formacie PDF należy przesłać mailem.

Tabela 1. Dwupoziomowe realizacje funkcji 5-ciu zmiennych

L.p.	Postać dysjunkcyjna (dwupoziomowa)
1	$Y_1 = \bar{A}\bar{C}\bar{E} + \bar{C}\bar{D}\bar{E} + ABC\bar{D}$
2	$Y_2 = ABE + \bar{A}\bar{B}\bar{C}E + B\bar{D}E + \bar{A}B\bar{C}\bar{D}$
3	$Y_3 = ADE + \bar{A}\bar{C}\bar{D}E + B\bar{C}\bar{D}E$
4	$Y_4 = ADE + \bar{A}\bar{C}\bar{D}E + AB\bar{C}\bar{E}$
5	$Y_5 = AC\bar{E} + BCE + \bar{A}C\bar{D}E$
6	$Y_6 = \bar{A}\bar{C}\bar{E} + \bar{B}CE + \bar{A}\bar{C}\bar{D}E$
7	$Y_7 = B\bar{C}D + BDE + AB\bar{D}\bar{E} + ABC\bar{D}$
8	$Y_8 = \bar{A}BD + B\bar{C}D + AB\bar{D}\bar{E} + ABCE$
9	$Y_9 = BDE + ABD + ABC + ADE$
10	$Y_{10} = ABCE + ABD + ABE + ADE$
11	$Y_{11} = \bar{A}\bar{B}E + AB\bar{C}\bar{E} + ABD\bar{E} + \bar{A}\bar{C}E$
12	$Y_{12} = \bar{A}\bar{B}E + \bar{A}BCD + ABDE + \bar{A}DE$
13	$Y_{13} = ABE + \bar{A}\bar{B}\bar{C}D + B\bar{D}E + \bar{A}B\bar{C}\bar{D}$
14	$Y_{14} = \bar{C}DE + BD\bar{E} + \bar{A}BD + B\bar{C}D$
15	$Y_{15} = A\bar{B}\bar{D} + A\bar{B}\bar{E} + \bar{B}\bar{C}\bar{D} + \bar{A}\bar{C}\bar{D}\bar{E}$
16	$Y_{16} = \bar{B}C\bar{D} + \bar{B}C\bar{E} + \bar{A}\bar{D}\bar{E} + A\bar{B}\bar{C}E$
17	$Y_{17} = ABE + \bar{A}\bar{B}\bar{C}E + BCE + \bar{A}B\bar{C}\bar{D}$
18	$Y_{18} = \bar{C}DE + BDE + A\bar{B}\bar{C}E + \bar{A}\mathrm{BCE}$
19	$Y_{19} = ACD + BCD + CDE + \bar{A}B\bar{D}\bar{E}$
20	$Y_{20} = ACD + CDE + \bar{A}BC + \bar{A}B\bar{D}\bar{E}$
21	$Y_{21} = BDE + ABD + ABC + ADE$
22	$Y_{22} = BDE + ABD + ABC + ADE$
23	$Y_{23} = CDE + \bar{B}CE + \bar{A}BC\bar{D} + AC\bar{D}\bar{E}$
24	$Y_{24} = \bar{A}\bar{B}E + \bar{A}BC\bar{E} + ABCE + \bar{A}\bar{C}E$

Tabela 2. Prawdopodobieństwa sygnałów wejściowych

prawd. \ L.p. / sygn. we	1	2	3	4	5
a = p(A)	0,5	0,2	0,1	0,8	0,7
b = p(B)	0,5	0,3	0,4	0,6	0,3
c = p(C)	0,5	0,6	0,7	0,4	0,6
d = p(D)	0,5	0,8	0,9	0,2	0,4
e = p(E)	0,5	0,4	0,6	0,7	0,5